

## Elektromagnetické vlnění

### Objev elektromagnetického vlnění

Se čtyřmi Maxwellovými parciálními diferenciálními rovnicemi jsme se již seznámili v minulé kapitole :

$$\begin{array}{ll} (1) \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho & (3) \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ (2) \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (4) \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array}$$

Tyto rovnice vyjádřily sice fyzikální poznatky, známé již dříve, dokázaly však předpovědět možnost existence dosud neznámých dějů v elektromagnetickém poli, které by měly charakter vlnění – tzv. **elektromagnetické vlny** a teprve na základě této předpovědi pak byly následně vlnové jevy experimentálně dokázány (1887 Hertz).

V následujících řádcích si ukážeme důkaz existence a vlastností takového vlnění v nejjednodušším případě homogenního izotropního prostředí, **nevodivého** (dielektrika), **bez proudů a volných nábojů**, kdy tedy bude platit :

$$\begin{array}{ll} \vec{i} = 0 & \vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \\ \rho = 0 & \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \end{array}$$

Po dosažení první dvojice matematických podmínek pak dostaneme **nejjednodušší možný tvar** Maxwellových rovnic :

$$\begin{array}{ll} (1) \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0 & (3) \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ (2) \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (4) \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array}$$

Do poslední rovnice nyní dosadíme druhou dvojici podmínek (materiálové vztahy) :

$$(4) \quad \operatorname{rot} \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \cdot \vec{E})$$

Vytknutím konstanty a vynásobením druhou konstantou a vznikne tvar :

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dále derivujeme tuto rovnici podle času, tj. derivujeme obě její strany:

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Protože operátor rotace je tvořen pouze derivacemi podle prostorových souřadnic, můžeme na levé straně zaměnit pořadí s časovou derivací :

$$\operatorname{rot} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Za časovou derivaci na levé straně dosadíme z rovnice (3) :

$$\operatorname{rot}(-\operatorname{rot} \vec{E}) = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Po vytknutí znaménka mínus dosadíme za dvojitou rotaci známý matematický vztah:

$$-(\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E}) = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

První člen v závorce je nulový, neboť podle rovnice (1) platí :

$$(1) \operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div}(\varepsilon \cdot \vec{E}) = 0$$

Takže po vydělení konstantou je nulová i divergence intenzity :

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0$$

Dostáváme tedy výsledný vztah :

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Kdybychom provedli analogické úpravy výchozí rovnice (3) , vznikl by formálně stejný vzorec i pro magnetickou indukci :

$$\Delta \vec{B} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Nalezení těchto vztahů bylo velmi překvapivým a **zásadním teoretickým objevem** (a pravděpodobně také nejdůležitějším objevem 19. století). Po **matematické stránce** sice tyto rovnice nepřinášely **nic nového** – v klasické fyzice byla totiž dávno známa tzv. **vlnová rovnice**, popisující libovolné postupné vlnění ve hmotném prostředí s fázovou rychlostí  $c$  .

$$\Delta \vec{u} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$$

**vlnová rovnice (obecný tvar)**

Jestliže tedy pro veličiny elektromagnetického pole byly nalezeny vztahy, které jsou formálně matematicky shodné s mechanickou vlnovou rovnicí, znamenalo to předpoklad objevu nového, zatím experimentálně nepotvrzeného druhu postupného vlnění, které může probíhat v elektromagnetickém poli – nazvaného **elektromagnetické vlnění** :

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

**vlnové rovnice elmg. vlnění**

$$\Delta \vec{B} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Jestliže mluvíme o formální matematické shodě s mechanickou vlnovou rovnicí, máme tím na mysli, že i když v těchto rovnicích vystupují jiné fyzikální veličiny – označené jinými písmeny – na obou stranách rovnice se provádějí naprosto stejné matematické operace.

Ačkoliv konstanta na pravé straně elektromagnetických vlnových rovnic má **jiný tvar** než u mechanické vlnové rovnice, lze soudit, že by mohla **obsahovat** fázovou rychlost elektromagnetického vlnění ve stejné konfiguraci, tj. že by pro tuto fázovou rychlost mohlo platit :

$$\frac{1}{c^2} = \varepsilon \cdot \mu$$

Po jednoduché úpravě dostaneme :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \cdot \mu}}$$

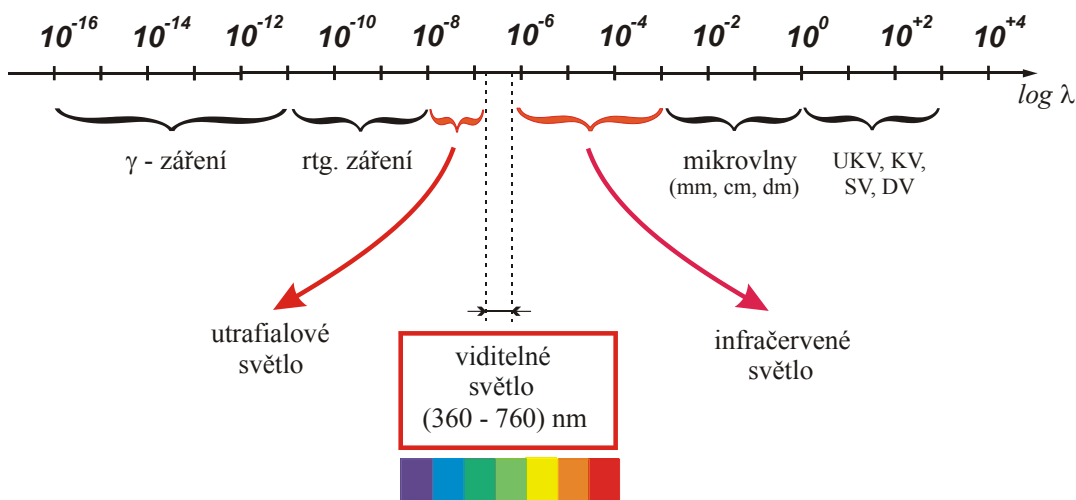
*fázová rychlost elektromagnetického vlnění*

Jestliže do tohoto vztahu dosadíme parametry nejjednoduššího prostředí - vakua, vyjde číselně :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \cdot \mu}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \approx 2,998 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

Již tenkrát, ve druhé polovině 19. století, se vypočítaná hodnota velmi přesně **shodovala** se změřenou rychlostí světla - to se stalo východiskem pro tvrzení, že **světlo je elektromagnetické vlnění** a položilo základ elektromagnetické teorii světla.

Tato teorie se skvěle potvrdila a dnes víme, že nejenom světlo je elektromagnetické vlnění – v přírodě se setkáváme s tímto druhem vlnění o různých vlnových délkách - od  $10^{-16}$  m do prakticky nekonečna :



Tehdejší vědci si ovšem jev vlnění nedokázali představit jinak, než ve spojení s nějakým **hmotným prostředím** - nazvali ho ether - ve kterém by se mohli šířit mechanické výchylky jeho hmotných částic.

Zkoumání vlastností éteru a dokazování jeho existence (které spočívalo ve velmi pečlivém měření rychlosti světla) vedlo nakonec ke krizi celé klasické fyziky a ke vzniku a rozvoji fyziky moderní (teorie relativity).

Pozn. : Mnohokrát opakované měření rychlosti světla, které pokračovalo i ve 20. století, mělo také za následek, že tato fyzikální veličina vždy patřila k **nejpřesněji změřeným veličinám** a dnes je dokonce definována jako veličina absolutně přesná, tj. s nulovou chybou (absolutní i relativní):

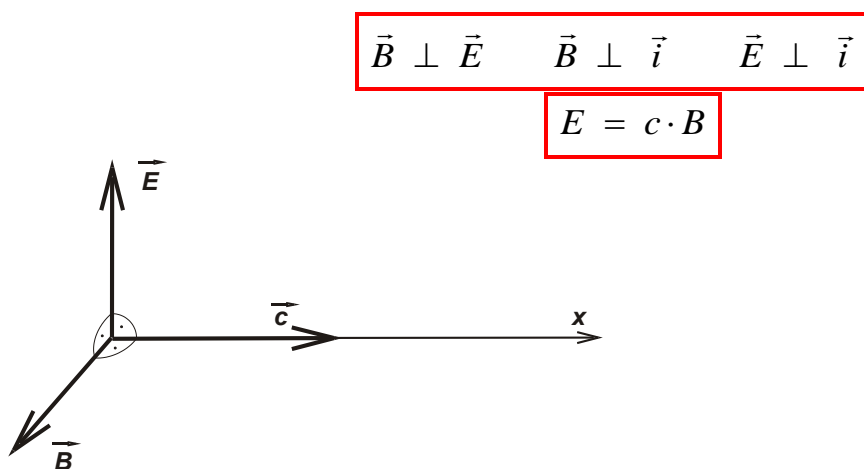
$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Jak již bylo při hodnocení Maxwellových rovnic řečeno, z těchto rovnic je možno odvodit další důležité vztahy – mj. také vztahy mezi elektrickými a magnetickými vektory.

Tyto vztahy jdou velmi zajímavé, ale jejich odvození je bohužel dosti dlouhé (viz např. v přednáškách pro FYA2) – uvedu proto jen výsledek:

**V elektromagnetickém vlnění jsou elektrické a magnetické veličiny:**

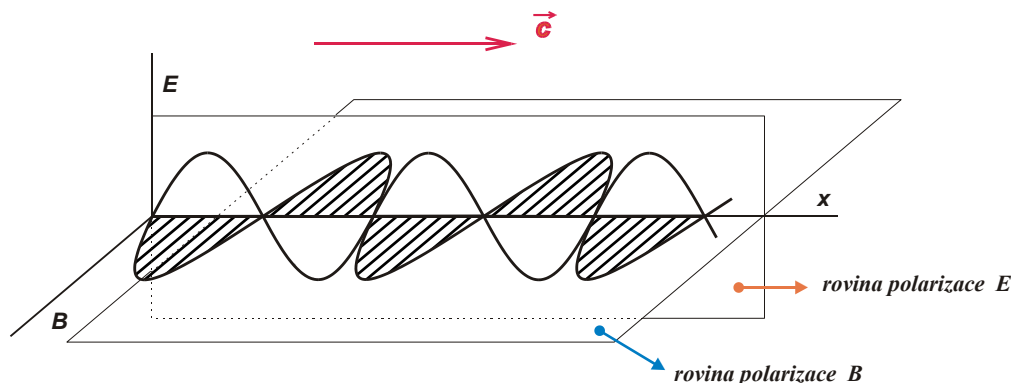
- kolmé na směr šíření vlny
- kolmé i na sebe navzájem
- jejich velikosti jsou vzájemně přímo úměrné



Tento obrázek by mohl vést k představě, že **směry** těchto vektorů jsou v prostoru **pevně „zafixovány“**, tj., že např. vektor  $\vec{E}$  má stále svislý směr (osy z) a vektor  $\vec{B}$  má stále směr vodorovný (osy y).

To by bylo samozřejmě velmi výhodné – oba vektory by tedy kmitaly stále ve stejné rovině – jednalo by se o **lineárně polarizované vlnění**.

„Elektrická vlna“ by pak měla svoji **rovinu polarizace** (xz) a „magnetická vlna“ také svoji rovinu polarizace (xy) a obě roviny by byly na sebe kolmé, viz následující obrázek



Bohužel tato situace je sice reálná, nastává však pouze ve **zvláštních případech** - obecně tedy elektromagnetické vlnění **není lineárně polarizované**.

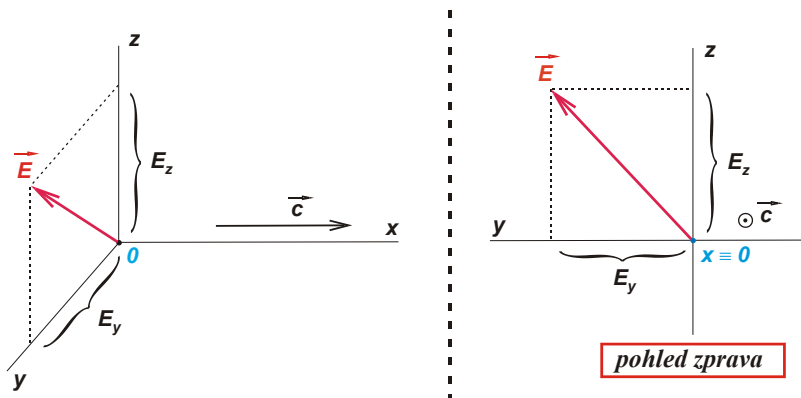
Prozkoumejme dále podrobněji, jak taková obecná situace vypadá :

Jako důsledek svázanosti elektrických a magnetických veličin – viz výše - pak postačí, když budeme sledovat chování pouze jednoho z těchto vektorů – například  $\vec{E}$ .

Předpokládejme tedy elektromagnetické vlnění postupující ve směru osy  $x$  a nějakou obecnou polohu vektoru elektrické intenzity, kterou vyjádříme zápisem vektoru pomocí souřadnic:

$$\vec{E} = ( E_x , E_y , E_z )$$

Obecná poloha tohoto vektoru je pak znázorněna na následujícím obrázku :



Víme, že vektor elektrické intenzity musí splňovat vlnovou rovnici elektromagnetického vlnění:

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Tato rovnice je **vektorová** - tj. jsou to vlastně **tři skalární rovnice** pro tři souřadnice vektoru intenzity :

$$\begin{aligned} \Delta E_x &= \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \\ \Delta E_y &= \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \\ \Delta E_z &= \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Řešení každé z těchto vlnových rovnic bude popisovat vlnění příslušné souřadnice vektoru, tj. vlnění, jehož kmity se dějí pouze v této souřadné ose (je to vlastně jednoduché lineárně polarizované vlnění).

Než napíšeme rovnice těchto vln, uvědomme si, že vektor elektrické intenzity je vždy kolmý na směr šíření vlny (osu  $x$ ), proto tedy můžeme ihned napsat jeho  $x$ -ovou souřadnici :

$$E_x = 0$$

První skalární vlnová rovnice (pro nulové  $E_x$ ) je proto vždy identicky splněna, takže budeme hledat řešení pouze druhé a třetí rovnice – pro zbylé souřadnice  $E_y$  a  $E_z$  vektoru .

Víme sice, že vlnovou rovnicí řeší jakákoliv funkce „zpožděného času“ – vyberme si však z důvodu jednoduchosti harmonické funkce, které popisují nám známé a také nejčastější rovinné postupné **harmonické vlnění** .

Dále uvažme, že výše uvedené skalární vlnové rovnice vypadají jako relativně nezávislé – jejich řešení jsou ale souřadnice vektoru – tvoří tedy **jediný, výsledný vektor** vlnění elektrické intenzity .....

Je jistě nepředstavitelné, aby souřadnice „kmitaly“ s jinou frekvencí než výsledný vektor – harmonické řešení pro  $E_y$  a  $E_z$  musí proto mít **stejně** úhlové frekvence, vlnové délky i úhlové vlnočty – **lišit** se mohou maximálně v amplitudách a fázových konstantách, tedy:

$$\begin{aligned} E_y &= E_{oy} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_1) \\ E_z &= E_{oz} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_2) \end{aligned}$$

Jinak řečeno – tyto **dvě** rovnice popisující jednoduchá (skalární) vlnění musí dohromady vytvořit – tedy **složit** - rovnici pro jediné **výsledné** vlnění.

Dostí nečekaně jsme se tak dostali na problém **zvláštního skládání vlnění** ..... připomeňme si, že **skládání dvou vlnění** není nic jiného, než obyčejné **skládání dvou kmitů**, které se děje v každém místě sledovaného prostoru.

Tak také naše dvě poslední rovnice představují pro dané určité (libovolné) **místo** - tj. souřadnici  $x$  - dva harmonické **kmity**, které jsou **navzájem kolmé** .

Skládání těchto kmitů, které lze formálně zapsat jako výsledný vektor :

$$\vec{E} = ( 0, E_y, E_z )$$

je tedy možno konkrétně řešit jako „obyčejné“ **skládání dvou kolmých kmitů** , které jsme dříve probrali v příslušném odkazu tématu Kmity a vlnění .

Stejně jako v uvedeném odkazu, také zde výše uvedené rovnice pro  $E_y$  a  $E_z$  jsou **parametrickými rovnicemi uzavřené křivky** v rovině  $yz$  a můžeme je převést do běžného **implicitního tvaru** :

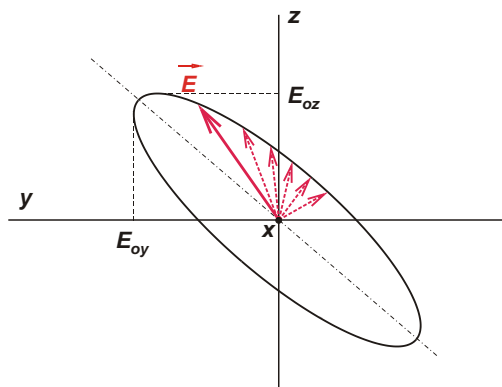
Zopakujte si prosím použitý postup a pokuste se analogickým způsobem z obou rovnic vyloučit proměnný argument  $(\omega \cdot t - k \cdot x)$  použitím součtových vzorců pro sinus a zavedením fázového rozdílu obou jednoduchých vlnění (kmitů) v místě :

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad \text{fázový rozdíl vlnění}$$

Po několika krocích byste měli získat rovnici :

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right) \cdot \left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right) \cdot \cos\varphi = \sin^2\varphi$$

Je to obecná **rovnice elipsy ve středové poloze** v proměnných  $E_y$  a  $E_z$  , kdy její střed je totožný se středem souřadnic, osa elipsy je však odkloněna o ostrý úhel vůči osám souřadnic (viz obr.).



**Koncový bod vektoru** elektrické intenzity tedy **leží na elipse** a tak, jak se s časovým postupem vlnění **mění fáze** harmonických kmitů na obou souřadnicích, tento koncový bod se **posouvá** po dané elipse (ve dvou možných směrech) - tedy vektor  $\vec{E}$  se **otáčí** kolem počátku souřadnic – a současně s ním se také samozřejmě otáčí k němu stále kolmý vektor  $\vec{B}$ .

Tento tvar elektromagnetického (nebo i jiného) vlnění se nazývá **elipticky polarizované** vlnění. Povšimněte si, že elipticky polarizované vlnění vlastně vzniká za dvou jednoduchých lineárně polarizovaných vln, které probíhají (kmitají) na dvou souřadných os  $y$  a  $z$ .

Tvar elipsy závisí zejména na **hodnotě fázového rozdílu**  $\varphi$ , lze vyčlenit následující speciální případy :

a) **Jestliže bude fázový rozdíl :**

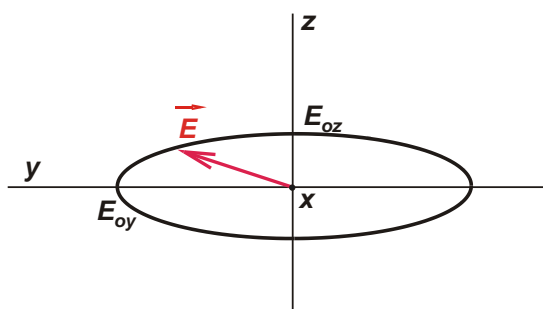
$$\varphi = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$$

(kde  $k$  je libovolné celé číslo, tj. kladné i záporné, včetně nuly)

Potom bude kosinus nulový, hodnota sinu bude jedna a obecná rovnice elipsy přejde na tvar :

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 = 1$$

To je **rovnice elipsy v osové poloze**, kdy osy elipsy splývají se souřadnými osami  $x$  a  $y$  (viz obr.):

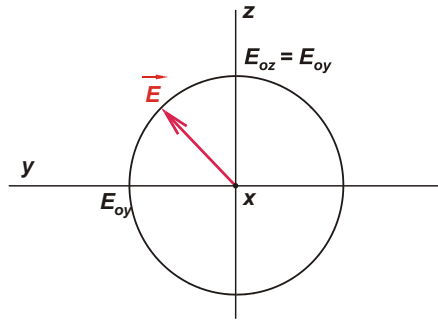


b) **Jestliže budou navíc současně stejné amplitudy :**

$$E_{oy} = E_{oz}$$

Potom lze na levé straně provést jejich vykrácení a dostaneme **rovnici kružnice** :

$$E_y^2 + E_z^2 = E_{oy}^2$$



Elektromagnetické vlnění bude v tomto případě kruhově polarizované.

c) Jestliže bude fázový rozdíl :

$$\varphi = k \cdot \pi \quad (k \text{ je opět libovolné celé číslo})$$

Potom se obecná rovnice elipsy změní na tvar (uprostřed správně  $\pm$ ) :

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right) \cdot \left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right) = 0$$

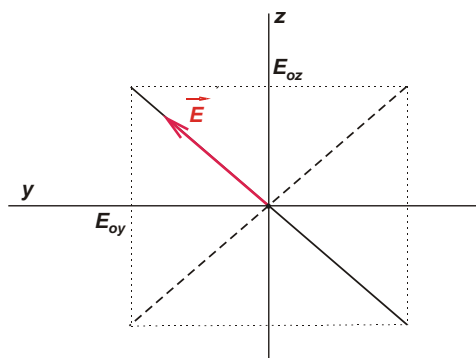
To lze upravit :

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}} \pm \frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 = 0$$

Po odmocnění a přesunu dostaneme :

$$E_z = \pm \frac{E_{oz}}{E_{oy}} \cdot E_y$$

Dostáváme tak rovnicí přímky (přesněji řečeno úsečky, protože souřadnice na obou osách jsou omezeny amplitudami  $E_{oy}$  a  $E_{oz}$ ), která prochází kvadranty I. a III. (pro sudé  $k$ ), nebo kvadranty II. a IV. (pro liché  $k$ , viz obr.).



Až v tomto speciálním případě, kdy obě jednoduché vlny v souřadnicích  $E_y$  a  $E_z$  jsou „ve fázi“, jsme tedy dostali lineárně polarizované elektromagnetické vlnění.

Takové elektromagnetické vlnění, např. ve formě viditelného světla, vzniká při různých fyzikálních jevech a procesech – např. při známém obyčejném **odrazu a lomu** světla.

Elektromagnetické vlnění, které vysílají běžné zdroje – rozžhavená tělesa - má ale ještě jinou povahu, není totiž polarizované žádným uvedených způsobem. Jednotlivé atomy těchto zdrojů nevysílají světlo spojitě, ale jako krátké pulzy (fotony), které nejsou vzájemně nijak „spojené“, jsou časově i místně omezené, mají různé fáze, polarizace i frekvence – vzniká tedy velmi různorodá „směs“, je to tzv. **nepolarizované vlnění** (záření):

### **Přenos energie elmg. vlněním**

U **mechanického vlnění** to je jednoduché - počáteční výchylka (kmity) výchozího hmotného bodu se v pružném hmotném prostředí přenáší pružnými vazebními silami na okolní částice a kmitání se tak šíří do dalších a dalších míst prostředí. Protože **kmitající hmotný bod má energii**, dochází tak vlastně k jejímu šíření - k **přenosu** energie v prostoru.

U **elektromagnetického vlnění** samozřejmě nekmitají žádné hmotné body, ale prostorem se šíří elektromagnetické pole popsané vektory elektrické a magnetické intenzity (a indukce).

Základní otázkou je tedy, zda s těmito veličinami je také spojena nějaké energie, tak jako s výchylkou hmotného bodu.

Začneme u nejjednoduššího **elektrostatického pole**, kde silové působení určuje Coulombův zákon:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{r}_0$$

Velikost síly (silového pole) je tak spojena – je v jednoznačném vztahu - s **oběma náboji**.  
Elektrostatické pole je konzervativní - tedy každý náboj **q** má v tomto poli **potenciální energii**:

$$W_{pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

*Víme, že je to schopnost náboje - vlastně pole - vykonat práci - při pohybu náboje q z daného místa r do nekonečna (a tuto práci musíme nejprve vykonat přesunem náboje z nekonečna do daného místa)*

Podle tohoto matematického vztahu pak potenciální energie také jednoznačně souvisí s **oběma náboji**.

Můžeme tedy učinit zásadní závěr :

- protože tato **energie** je jednoznačně spojena s **oběma elektrickými náboji**
- je tedy také v **jednoznačném vztahu** se vzniklým **elektrickým polem**.

V dalších krocích je možno analyzovat obecnější situace, kdy se počítá potenciální energie **soustavy bodových nábojů** (dva a více nábojů v el. poli) - její celková hodnota je pak vlastně **veškerou prací** vykonanou při vytvoření této soustavy a může tak být označena za **energii soustavy**.

**Pozn.:** *Ve speciálním případě, kdy mezi dvěma náboji působí **přitažlivé síly** (tj. náboje musí být opačného znaménka - a situaci lze zobecnit na jakékoliv přitažlivé síly – gravitační, chemické, jaderné, ...), se používá pojem **vazební energie** soustavy.*

*Tento pojem je velmi důležitý, neboť při tzv. **exotermických reakcích** (znáte hlavně z chemie) **dostáváme část této energie** jako teplo vystupující z reakční nádoby. Nejaktuálnější je jistě **jaderná energie**, což je část vazební energie atomových jader, kterou lze získávat ve specifických jaderných reakcích, jako je **řetězová štěpná reakce**, nebo **termojaderná syntéza***

Dalšími kroky je pak možno soustavy bodových nábojů zobecnit na reálná nabitá tělesa a stanovit například ze střední školy známý vzorec pro energii nabitého kondenzátoru, velmi používaný v praktické elektrotechnice :

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C U^2$$

Zahrnutím celého (nekonečného) prostoru, ve kterém existuje elektrostatické pole, se nakonec můžeme dostat k matematickému vztahu pro elektrostatickou energii  $dW$  obsaženou v objemu  $dV$  v daném místě prostoru:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot E^2$$

objemová hustota energie elektrostatického pole

*Je to energie elektrostatického pole, obsažená v jednotce objemu, v daném místě prostoru.* ( $W/m^3$ )

V tomto vztahu formálně **zcela zmizely elektrické náboje** – a tak se vlastně dostáváme k pojetí energie jako **vlastnosti elektrostatického (elektrického) pole** - je to **polní pojetí energie** .

Můžeme tedy tvrdit, že **elektrické pole „má energii“** v každém **místě**, kde je toto pole nenulové.

Podstata pojmu energie se přitom nemění, je to stále **schopnost** (možnost) - nyní elektrického pole - **konat práci** – aby se ale tato práce **realizovala**, musí být v daném místě náboje ..... a pak už je to jako dříve - schopnost nábojů ... .

Podobnými postupy lze v magnetickém (magnetostatickém) poli získat vztah pro objemovou hustotu energie tohoto pole:

$$w = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$

objemová hustota energie magnetického pole

Protože obecné elektromagnetické pole musí v sobě zahrnout jak pole elektrické, tak pole magnetické, jako svoje speciální projevy, je nejpřirozenějším předpokladem pro jeho energii, že se bude skládat z obou uvedených složek :

$$w = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B})$$

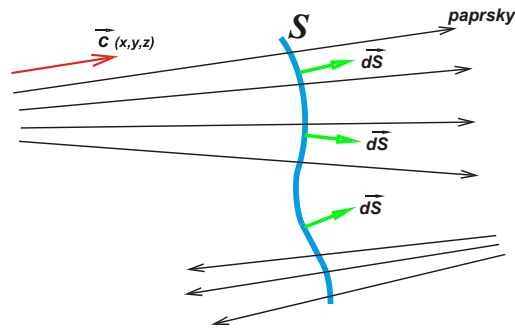
objemová hustota energie elmg. pole

Tento obecný vztah pro hustotu elektromagnetické energie je platný ve všech specifických projevech elektromagnetického pole – **platí také pro elektromagnetické vlnění**, kdy se prostorem šíří vektory elektrické a magnetické intenzity (a indukce). - a s těmito veličinami spojená elektrická a magnetická (hustota) energie – nastává tak **šíření energie v prostoru**.

Zřejmě je správné obecné konstatování, že s **jakýmkoliv postupným vlněním** je vždy spojen **přenos energie** v prostoru (proto místo vlnění často používáme slovo „záření“).

Vlnění procházející prostorem a s ním spojená energie se v každém místě pohybuje fázovou rychlostí a tento prostor spojitě vyplňuje – jako kapalina - je tedy možno využívat veličinu „objemový tok“ a „objemová hustota“ - **analogicky jako v odstavci „Elektrický proud“** v kapitole Cesta k elmg. vlnění.

S veličinou „**elektrický proud**“, vyjadřující celkový (integrální) přenos náboje přes danou plochu, je analogická veličina „**zářivý tok**“, popisující celkový (integrální) přestup energie určitou plochou - budeme ji tedy definovat stejným způsobem :



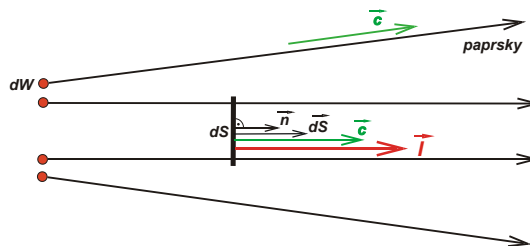
V prostoru, kterým prochází vlnění (obecně i více různých vln), zvolíme spojitou plochu  $S$ . Musíme také současně volit (kladný) smysl přecházení této plochy, nejlépe pomocí normálových vektorů plochy  $d\vec{S}$

Potom necht'  $dW$  je celková energie záření, která za dobu  $dt$  projde přes plochu  $S$  ve zvoleném směru (smyslu) - pak můžeme definovat:

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \text{zářivý tok (procházející plochou S)}$$

*Slovní vyjádření* : je to celková energie záření (vlnění), prošlá zvolenou plochou  $S$  za jednotku času (ve stanoveném směru), tj. vlastně **zářivý výkon** prošlý plochou  $S$  (jednotkou je proto  $1W = 1J/s$ )

Stejně jako u nábojů i „lokální“ přenos energie v různých místech plochy  $S$  může být dosti odlišný, proto pro přesný popis pohybu energie v daném místě zavádíme veličinu **intenzita záření**  $\vec{I}$  (viz obr.):



V daném místě zvolíme malou plošku  $dS$ , kolmou na směr šíření vlnění (fázovou rychlost)  $\vec{c}$  a označíme  $dP$  zářivý tok procházející touto ploškou ve směru  $\vec{c}$  (stejně jako  $d\vec{S}$ , i jako normálový vektor  $\vec{n}$ ).

Pak definujeme vektor intenzity záření  $\vec{I}$  pomocí jeho velikosti a jednotkového vektoru :

- směr a orientaci mu přiřadíme stejnou jako má rychlost šíření vlnění  $\vec{c}$ , tj. jako jednotkový normálový vektor  $\vec{n}$  plošky  $dS$
- a jeho velikost definujeme vztahem :

$$I = \frac{dP}{dS} \quad \text{intenzita záření (velikost)} \quad (\text{jednotka } 1W/m^2)$$

*Slovně* : je to zářivý tok procházející jednotkovou plochou kolmou ke směru šíření vlnění, nebo-li energie prošlá za 1 času touto plochou – jde vlastně o **plošnou hustotu zářivého toku**.

Vektorový zápis intenzity záření pak bude:

$$\vec{I} = I \cdot \vec{n} \quad \text{intenzita záření (vektor)}$$

*Intenzita záření v daném místě detailně popisuje chování elektromagnetické energie – její velikost a směr jejího přenosu energií prostorem.*

Nyní vyjádříme vektor intenzity záření pomocí rychlosti vlnění a objemové hustoty elektromagnetické energie  $w$  :

Přestože pohyb energie v prostoru **není** (ani v případě mechanického vlnění) spojen s pohybem hmoty , lze stejně také využít veličinu objemového toku - ovšem jen z čistě „geometrického hlediska“ :

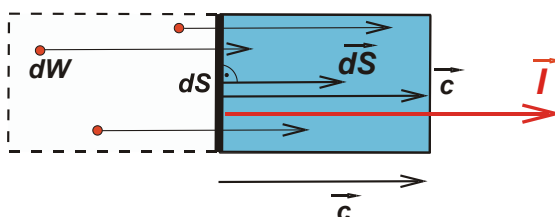
Z definice hustoty energie je vidět, že každý objemový element prostoru obsahuje energii záření :

$$dW = w \cdot dV$$

A protože se tato energie pohybuje, můžeme si představit, že se s ní **současně** **pohybuje** i příslušný geometrický objemový element.

Jestliže potom uvážíme situaci při definici intenzity záření, kdy je dána diferenciální ploška  $dS$  kolmá na směr fázové rychlosti vlnění  $\vec{c}$  - pak **objemový tok** přes tuto plošku (objem proteklý přes tuto plošku za  $t$  času, na obrázku zvýrazněný) - lze podle známého vztahu z hydrodynamiky **vyjádřit** skalárním součinem vektoru plošky a rychlosti, který má v případě **rovnoběžných** vektorů jednoduchý tvar :

$$\vec{v} \cdot d\vec{S} = \vec{c} \cdot d\vec{S} = c dS$$



A vynásobením hustotou energie  $w$  získáme celkovou energii vlnění v tomto objemu - a to je také energie prošlá ploškou  $dS$  za jednotku času - nebo-li podle definice to **zářivý tok** přes tuto plošku:

$$w \cdot c dS = dP$$

A dosazením do definice můžeme vypočítat velikost intenzity záření :

$$I = \frac{dP}{dS} = \frac{w \cdot c dS}{dS} = w \cdot c$$

Protože je to vztah mezi velikostmi rovnoběžných vektorů, můžeme přímo změnit rovnici na vektorovou (stačí vynásobit obě strany jednotkovým vektorem  $\vec{n}$  ) :

$$\vec{I} = w \cdot \vec{c}$$

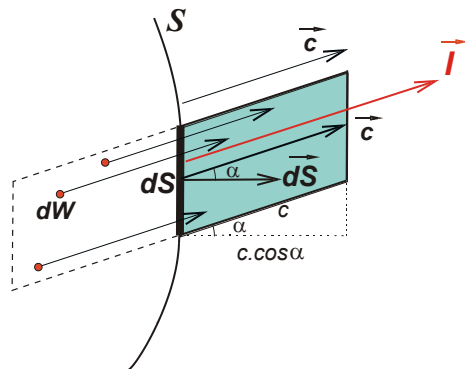
**vztah intenzity záření a rychlosti vlnění**

Znalost hustoty energie a fázové rychlosti vlnění nám tedy umožňují stanovit **intenzitu vlnění** a tím získat informaci o **lokálních pohybech energie** v každém libovolném **místě prostoru** – je to tedy základní **diferenciální** veličina pro přenos energie v prostoru.

Pak také musí být principiálně možné určit i **celkový přenos** zářivé energie přes **libovolnou plochu**  $S$  – tedy **zářivý tok** procházející touto plochou následujícím způsobem:

Nejprve pomocí objemového toku vypočítáme zářivý tok přes její libovolnou **elementární plošku**  $dS$  (protože má nyní tato ploška obecnou polohu, vektory plošky a rychlosti již nejsou rovnoběžné, musíme ponechat obecný tvar skalárního součinu, přitom použijeme předchozí vztah pro vektor intenzity záření) :

$$dP = w \vec{c} \cdot d\vec{S} = \vec{I} \cdot d\vec{S}$$



Pak celkový zářivý tok přes celou plochu  $S$  je součtem (integrálem) těchto výrazů:

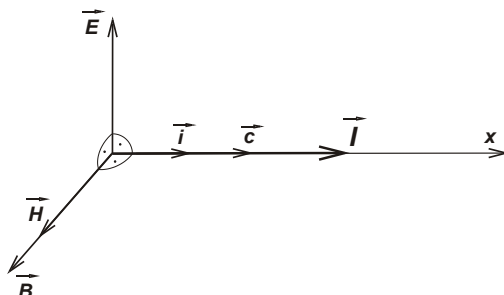
$$P = \iint_S dP = \iint_S \vec{I} \cdot d\vec{S}$$

*zářivý tok jako tok intenzity vlnění*

Všechny předchozí rovnice (definice i vztahy) **platí zcela obecně**, tedy mohou být použity pro **jakékoliv** vlnění - mechanické i elektromagnetické .....

..... pro určité vlnění je nutné pouze **konkretizovat** základní diferenciální veličinu přenosu energie – **intenzitu záření**:

Tak pro elektromagnetického vlnění byl ještě do konce 19. staletí nalezen **specifický vztah pro intenzitu záření** jednoduchým postupem, s využitím rychlosti světla  $c$  a vztahu pro objemovou hustotu elektromagnetické energie (pro zájemce viz přednášky pro FYA2):



$$\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}$$

*intenzita elektromagnetického vlnění*

Podle svého objevitele se tato veličina také nazývá *Poyntingův vektor* (1897)