

Vliv konečné posloupnosti přenosové funkce a jejího tvaru na vlastnosti výstupního signálu.

1. Pozorujte vliv změn vzorkovací periody (délky sekvence) na vznik Gibbsových oscilací. Jako přenosovou funkci použijte funkci SINC se zlomem v polovině Nyquistova kmitočtu. $(0.5 * \text{sinc}(0.5 * (-t/2 : t/2)))$. Kde t je vektor délky přenosové funkce. Volte t v intervalu od 10 do 100. Výstupní signály zobrazujte jako sekvence v lineárních souřadnicích v obou osách.
2. Pro stejnou přenosovou funkci s 51 (tj. $t=50$) prvky pozorujte potlačení vlivu konečné sekvence pomocí úpravy tvaru přenosové funkce daným typem "okna". Pro zobrazení výstupního signálu v kmitočtové oblasti využijte funkci FREZ s hustotou zobrazení 512 bodů. Zobrazte též tvar přenosové funkce upravené zadaným typem "okna" v časové oblasti. Amplitudu v kmitočtové oblasti zobrazujte v logaritmických souřadnicích. Pro zobrazení obou průběhů současně využijte funkci SUBPLOT.

Zadané typy oken:

Bartlett() - Bartlett window, *Blackman()* - Blackman window, *boxcar()* - Rectangular window, *chebwin()* - Chebyshev window, *hamming()* - Hamming window, *hanning()* - Hanning window, *Kaiser()* - Kaiser window, *triang()* - Triangular window.

3. Pro názornost proveďte frekv.analýzu jednoho z časových oken a porovnejte ji s výsledky v Tab.7.1

Vypracování:

Add 1)

- jedná se o úkol, při kterém se pozoruje vliv délky filtru na kvalitu aproximace frekvenční charky, pozorování zvlnění v propustném a nepropustném pásmu filtru vlivem Gibbsových oscilací
- popsat vznik Gibbsových oscilací
- prostudovat fci *sinc()*, uvědomit si vztah navrhované funkce k přenosové funkci systému
- pozn. : $H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1}$; $b_k = h_k$; $L=M+1$; L : délka filtru (počet nenulových členů impulsní odezvy); M : řád filtru
- generovat 3 různé přenos.funkce pro 3 různá t , zamyslet se nad odezvou filtru v čas.oblasti -délka
- pozorovat frekvenční ch. v log.souřadnicích (užitím fce *freqz* např.) a dále v lin.souřadnicích – pozorování zvlnění v propustném pásmu

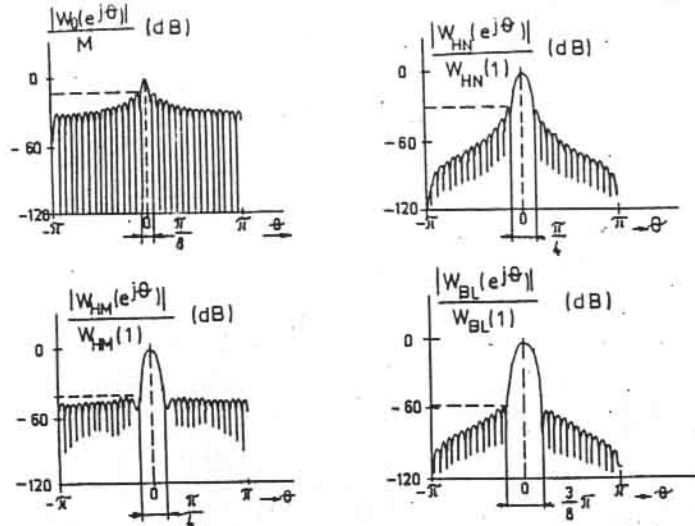
Add 2)

- v tomto úkolu se pozoruje změna *přechodového pásma* a *útlumu v nepropustném pásmu* navrženého filtru s 51 koeficienty a zlomovou frekvencí 0.5pi [rad] z předchozího bodu
- okno se aplikuje v časové oblasti násobením s koeficienty filtru, tj. $h = h_n * w_r$ - zobrazte
- jako referenci berte samotný navržený filtr pomocí fce *sinc*, který je navržen obdélníkovým oknem (tj. každý člen je váhován váhou 1, tzn. beze změn v amplitudě)
- analýzu provádějte pomocí výpočtu frekv.chrakteristiky (ze systémové funkce) na alespoň 512 bodech (frekvencích)
- pozorujte (odečtem z grafu) změnu přechodového pásma filtru a změnu útlumu (velikost postranních laloků)
- jako vodítko použijte tabulky a obrázky dodané k zadání

Add 3)

- zde je pro názornost provedena frekvenční analýza samotných oken tak jak ukazuje obr.7.36
- předchozí bod ukazoval aplikace oken na filtry (viz tab. 7.2)
- postup: vygenerovat v čase příslušné okno (vybrat pouze jedno), podrobit výpočtu fft alespoň na 512 bodech
- odečtem z grafu porovnat s obr.7.36 a Tab.7.1
- pozor na normování okna při fft analýze: členy nutno normovat $w = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i$ (kvůli úpravě zisku na 0dB)
- jinak (při použití) se samozřejmě okno nenormuje, je normováno s max. váhou =1.

Př: Návrh DP, $f_vz=8\text{kHz}$, $M=41$. Pomocí Tab. 7.2 vypočtete *šířku přechod.pásma* a *útlum* při použití obdélníkového a Hammingova okna.



Obr.7.36 Normovaná amplitudová frekvenční spektra základních typů oken: obdélníkové - W_0 , von Hannova - W_{HN} , Hammingova - W_{HM} , Blackmanova - W_{BL} pro $M = 31$

Frekvenční spektra oken se obvykle vynášejí v semilogaritmických souřadnicích. Počet jejich vln (laloeků) závisí na délce okna M , ale vzájemný poměr výšek sousedních vln (tvar spektra) závisí na M málo. Pro obdélníkové okno je např. poměr výšky prvního postranního laloku k výšce hlavního laloku pro $M = 10$ resp. 50 resp. 100 roven -13.14 dB resp. -13.45 dB resp. -13.01 dB. Šířka hlavního laloku obdélníkového okna je $4\pi/(M+1)$.

Tab.7.1 Základní vlastnosti klasických oken ve frekvenční oblasti

typ okna	první postranní lalok	šířka hlavního laloku
Obdélníkové okno	- 13 dB	$4\pi/(M+1)$
Trojúhelníkové okno	- 25 dB	$8\pi/(M+1)$
Okno von Hann	- 31 dB	$8\pi/(M+1)$
Okno Hamming	- 41 dB	$8\pi/(M+1)$
Okno Blackman	- 57 dB	$16\pi/(M+1)$

Z tab.7.1 je vidět, že šířky hlavního laloku klasických oken jsou dvojnásobně nebo čtyřnásobně větší než šířka hlavního laloku okna obdélníkového. Obdobně je také rozšířeno přechodné pásmo dolní propusti, navržené s využitím těchto oken (viz Tab.7.2).

Použijeme-li uvedená okna k návrhu filtrů, je možno zvolit typ okna pro požadované minimální zeslabení v nepropustném pásmu a délku filtru $(M+1)$ pro předepsanou šířku přechodného pásma podle následující tabulky (Tab.7.2).

Popsanou metodou lze navrhovat různé typy filtrů. Podrobněji ukážeme použití metody na případě dolní propusti a derivátoru (viz dále).

Tab.7.2 Vlastnosti FIR filtrů navrhovaných metodou oken (dle [26])

typ okna	šířka přechodného pásma	minimální zeslabení v nepropustném pásmu
Obdélníkové	$1.8\pi/(M+1)$	21 dB
Trojúhelníkové (Bartlett)	$5.6\pi/(M+1)$	25 dB
von Hannova	$6.2\pi/(M+1)$	44 dB
Hammingova	$6.6\pi/(M+1)$	53 dB
Blackmanova	$11\pi/(M+1)$	74 dB

Okno trojúhelníkové (Bartlettovo):

$$w_T(n) = \begin{cases} \frac{2n}{M} & (= \frac{n}{M/2}) & 0 \leq n \leq M/2 \\ 2 - \frac{2n}{M} & & M/2 \leq n \leq M \\ 0 & & \text{jinde} \end{cases} \quad (7.59)$$

Okno von Hannova (v anglosaské literatuře často užívaný název "Hanning", "kosinový zvoneček"):

$$w_{HN}(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{2\pi n}{M}) & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (7.60)$$

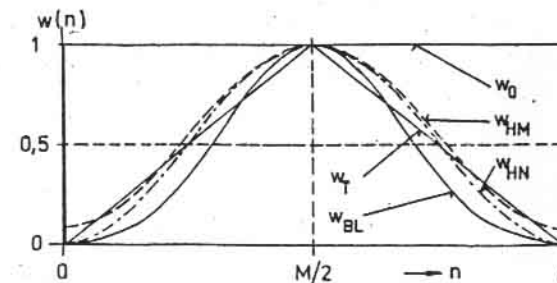
Okno Hammingovo:

$$w_{HM}(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{M} & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (7.61)$$

Okno Blackmanovo:

$$w_B(n) = \begin{cases} 0.42 - 0.50 \cos \frac{2\pi n}{M} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{M} & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (7.62)$$

Průběhy těchto oken v časové oblasti (obalové křivky čárového průběhu) znázorňuje obr.7.35, průběhy ve frekvenční oblasti jsou na obr.7.36.



Obr.7.35 Průběhy základních oken v časové oblasti

$$W_R(z) = \frac{1 - z^{-N_1}}{1 - z^{-1}} \quad (7.3.1)$$

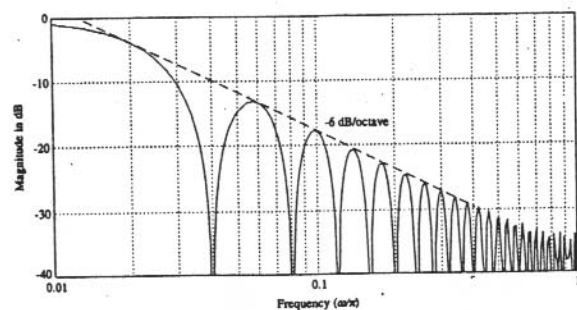


Figure 7.6. Magnitude of rectangular window transform $W_R(\omega)$, showing -13-dB peak sidelobe and 6-dB/octave rolloff.

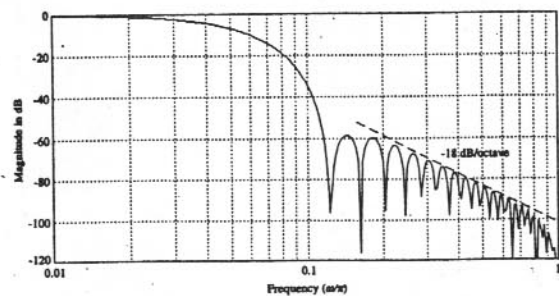


Figure 7.10. Magnitude of Blackman window transform $W_B(\omega)$, showing -57-dB peak sidelobe and 18-dB/octave rolloff.

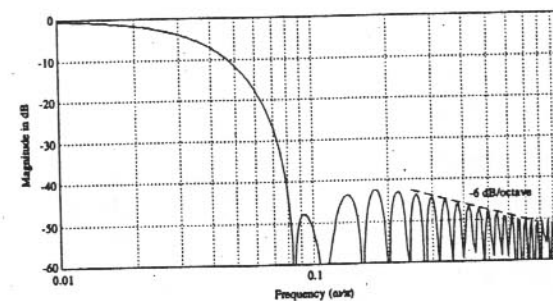


Figure 7.9. Magnitude of Hamming window transform $W_M(\omega)$, showing -41-dB peak sidelobe and 6-dB/octave rolloff.

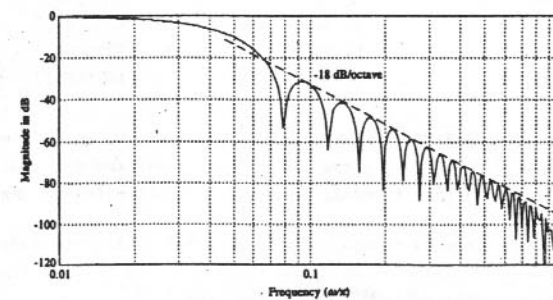


Figure 7.8. Magnitude of Hanning window transform $W_N(\omega)$, showing -31-dB peak sidelobe and 18-dB/octave rolloff.

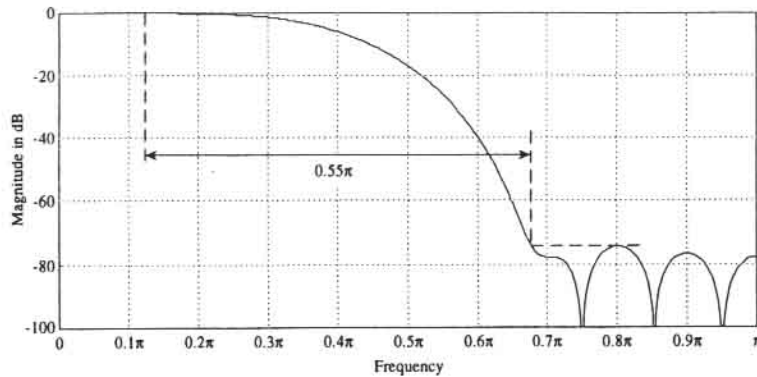


Figure 9.6. Magnitude response of LPF designed via Blackman window for $M = 20$ and $\omega_d = 0.4\pi$.

hand, actually correspond to the spacing between the last peak $(1 + \delta_1)$ in the passband and the first peak in the stopband. (To see this, consider carefully the convolution of an ideal lowpass frequency response and the window transform.) Hence, the rough estimates from the mainlobe widths are too conservative.

A very flexible family of window functions has been developed by Kaiser. These windows are nearly optimum in the sense of having the largest energy in the mainlobe for a given peak sidelobe level. They are closely related to the *prolate spheroidal wavefunctions*,

Table 1. Window Parameters, Including Peak Sidelobe Level of the Window Transform Itself, and Approximate Transition Bandwidth and Maximum Stopband Ripple (Minimum Attenuation) for the Corresponding Filter Designs

Window	Peak Sidelobe Level (dB)	Transition Bandwidth ($2\pi/M$)	Max. Stopband Ripple (dB)
Rectangular	-13	0.9	-21
Hanning	-31	3.1	-44
Hamming	-41	3.3	-53
Blackman	-57	5.5	-74

which are the optimum time-limited, continuous-time functions in a similar sense. The Kaiser windows are of the form

$$w_K(n) = \frac{I_0[\beta \sqrt{1 - (1 - 2n/M)^2}]}{I_0[\beta]}, \quad n = 0, 1, \dots, M, \quad (9.1.9)$$

where $I_0[\]$ is the modified zeroth-order Bessel function of the first kind and β is a shape parameter determining the tradeoff between the mainlobe width and the peak sidelobe level. Typical values for β are in the range $4 < \beta < 9$. $I_0[\]$ is most easily computed from its power series expansion

$$I_0[x] = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{(x/2)^m}{m!} \right]^2, \quad (9.1.10)$$

with the first fifteen terms being sufficient for most applications. The effect of β on the various features of interest is illustrated in table 9.2, which is due to Kaiser [11].

Empirical design formulas have also been derived by Kaiser for the parameters β and M , given the desired values for the transition bandwidth and the peak sidelobe level. Referring to figure 8.1, let the normalized transition bandwidth be defined by

$$\Delta\omega = (\omega_r - \omega_c)/2\pi \quad (9.1.11)$$

Table 2. Parameter Values for the Kaiser Window Transform and Corresponding Filter Designs

β Parameter	Peak Sidelobe Level (dB)	Transition Bandwidth ($2\pi/M$)	Max. Stopband Ripple (dB)
2.0	-19	1.5	-29
3.0	-24	2.0	-37
4.0	-30	2.6	-45
5.0	-37	3.2	-54
6.0	-44	3.8	-63
7.0	-51	4.5	-72
8.0	-59	5.1	-81
9.0	-67	5.7	-90
10.0	-74	6.4	-99