Historie kybernetiky a umělé inteligence

09. Systém – definice, popis, identifikace

Miloš Železný

Katedra kybernetiky
Fakulta aplikovaných věd
Západočeská univerzita v Plzni

18. listopadu 2024

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI

DEPARTMENT OF
CYBERNETICS

Definice systému

Definice:

Systém je **množina prvků**, mezi nimiž existují funkční vztahy, a který jako celek má určitý vztah ke svému okolí.

Přístupy k systému:

- **Strukturální pohled:** Jak je systém složen (prvky, vazby).
- **Dynamický pohled:** Jak se systém chová v čase (vstupy a výstupy).

Příklad systému

Příklad systému:

- Automobil může být chápán jako **systém**, jeho prvky jsou součásti – motor, převodovka, brzdy atd.
- Automobil může být ale chápán i jako *prvek* v systému logistické firmy, která zajišťuje přepravu zboží mezi různými místy.

Prvky systému

Vnitřní prvek:

Část systému, která plní konkrétní funkci (např. motor v automobilu).

Hraniční prvek:

Prvek na rozhraní mezi systémem a okolím, který zprostředkovává vazby mezi nimi (např. chladič interagující s okolním vzduchem).

Vazby v systému

Vnitřní vazby:

Spojují prvky uvnitř systému.

- Např. elektrické propojení v obvodu.
- Např. mechanická spojení ve stroji.

Vnější vazby:

Spojují systém s jeho okolím.

- Např. proudění vzduchu do motoru auta.
- Např. datová komunikace mezi počítači.

Struktura systému

Hierarchie:

Systém lze rozložit na pod-systémy, které mají další prvky.

- Např. auto $\rightarrow$ motor $\rightarrow$ válce $\rightarrow$ písty.

Topologie:

Uspořádání a propojení prvků v systému.

- Např. sériové vs. paralelní zapojení.

Okolí systému

Definice:

Okolí systému je vše mimo jeho hranice, co může ovlivnit jeho chování.

Interakce:

Systém komunikuje s okolím pomocí:

- **Vstupů:** Energie, informace, materiály.
- **Výstupů:** Výsledky zpracování (např. výrobky, teplo, signály).

Chování systému

Typy chování:

- **Dynamické chování:** Odezva systému na různé vstupy (např. různé zatížení motoru).
- **Stacionární chování:** Dlouhodobý stav, kdy systém dosáhne rovnováhy.

Popis chování:

- Matematický model (diferenciální rovnice, stavové rovnice).
- Simulace (např. teplotní analýza motoru).

Klasifikace systémů - přehled

Systémy lze klasifikovat podle různých hledisek:

- **Fyzikální / Abstraktní**
- **Orientovaný / Neorientovaný**
- **Kauzální / Nekauzální**
- **Deterministický / Stochastický**
- **Lineární / Nelineární**
- **Spojitý / Diskrétní**

Následují podrobnosti ke každému typu.

Fyzikální vs. Abstraktní systém

Fyzikální systém:

Systém, který má fyzickou podstatu a existuje ve skutečném světě.

- Např. elektrický obvod, tepelný systém.

Abstraktní systém:

Systém, který je pouze myšlenkovým modelem nebo konceptem.

- Např. ekonomický model, algoritmus.

Orientovaný vs. Neorientovaný systém

Orientovaný systém:

Má směrové vazby, kde směr interakce hraje roli. Proměnné orientovaného systému jsou rozděleny na vstupní a výstupní.

- Např. tok elektrického proudu, signály v obvodech.

Neorientovaný systém:

Vazby mezi prvky jsou symetrické, směr není důležitý.

- Např. sociální sítě, některé mechanické systémy.

Kauzální vs. Nekauzální systém

Kauzální systém:

Výstup systému závisí pouze na minulých a aktuálních vstupech.

- Např. většina fyzikálních systémů.

Nekauzální systém:

Výstup může záviset i na budoucích vstupech. Díky tomu je fyzikálně nerealizovatelný.

- Pozn. budoucí vstupy je možné odhadovat, tedy nahradit predikcí budoucích hodnot.

Deterministický vs. Stochastický systém

Deterministický systém:

Pro daný vstup je výstup jednoznačně určen.

- Např. jednoduché matematické modely.

Stochastický systém:

Výstup obsahuje náhodnou složku, závisí na pravděpodobnosti.

- Např. šum v komunikačních systémech.

Lineární vs. Nelineární systém

Lineární systém:

Splňuje princip superpozice: odpověď na více vstupů je součtem odpovědí na jednotlivé vstupy.

- Např. RC obvod, ohmický rezistor.

Nelineární systém:

Neplatí princip superpozice, odpověď je složitější.

- Např. dioda, turbulentní proudění.

Spojitý vs. Diskrétní systém

Spojitý systém:

Proměnné mohou nabývat libovolných hodnot v čase.

- Např. mechanický systém, teplotní regulace.

Diskrétní systém:

Proměnné jsou definovány pouze v diskrétních časových okamžicích.

- Např. digitální zpracování signálu.

Popis systému

Vnitřní popis:

Vstup $u(t)$ – stav $x(t)$ – výstup $y(t)$

Zaměřuje se na popis vztahů mezi vnitřními prvky systému.

- Např. stavové rovnice (matematický popis stavů systému).
- Používá se hlavně v návrhu a analýze systému.

Vnější popis:

Vstup $u(t)$ – výstup $y(t)$

Zaměřuje se na vztahy mezi vstupy a výstupy systému.

- Např. přenos, přechodová charakteristika, frekvenční přenos.
- Používá se hlavně v modelování a řízení systému.

1. Diferenciální rovnice

Definice:

Popisuje vztah mezi vstupní a výstupní funkcí systému pomocí derivací.

Příklad:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \cdots + b_0 u(t)$$

- Jedna z nejzákladnějších forem popisu.
- Vhodné pro analýzu dynamiky.

2. Přenos

Definice:

Přenos $F(p)$ je podíl Laplaceových obrazů výstupu $Y(p)$ a vstupu $U(p)$ při nulových počátečních podmínkách:

$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}.$$

- Přenos poskytuje kompaktní popis dynamiky systému.
- Umožňuje snadnou analýzu stability a frekvenčních vlastností.

3. Přechodová funkce a charakteristika

Definice:

Přechodová funkce $h(t)$ je odezva systému na jednotkový skokový vstup.

Přechodová charakteristika:

Grafické zobrazení přechodové funkce.

- Vhodné pro analýzu dynamického chování v časové oblasti.
- Získává se experimentálně nebo výpočtem z přenosu.

4. Impulzní funkce

Definice:

Impulzní funkce $g(t)$ je odezva systému na jednotkový impulsový vstup $\delta(t)$.

- Poskytuje úplný časový popis systému.
- Její Laplaceova transformace je přenos $F(p)$:

$$F(p) = \mathcal{L}\{g(t)\}.$$

5. Frekvenční přenos

Definice:

Frekvenční přenos $F(j\omega)$ je hodnota přenosu při $p = j\omega$ (čistě imaginární osa).

- Popisuje frekvenční vlastnosti systému.
- Umožňuje analýzu odezvy systému na sinusové vstupy.

6. Frekvenční charakteristika

Definice:

Grafické znázornění frekvenčního přenosu $F(j\omega)$ v závislosti na frekvenci ω.

- Typicky zahrnuje:
  - Amplitudovou charakteristiku (zisk v závislosti na ω).
  - Fázovou charakteristiku (zpoždění fáze v závislosti na ω).
- Používá se k návrhu a analýze filtrů a regulačních obvodů.

7. Rozložení pólů a nul

Definice:

Póly a nuly přenosu $F(p)$ jsou kořeny jeho čitatele a jmenovatele:

$$F(p) = \frac{Q(p)}{P(p)},$$

kde:

- Póly: kořeny $P(p) = 0$,
- Nuly: kořeny $Q(p) = 0$.

- Rozložení pólů a nul určuje stabilitu a dynamické chování systému.
- Stabilní systém má póly v levé polorovině.

Úvod do transformací

Co je transformace?

Transformace jsou matematické techniky, které mění jednu reprezentaci problému na jinou, která může být jednodušší na řešení.

Příklad:

Fourierova transformace převádí funkce z časového prostoru do prostoru frekvencí. Laplaceova transformace je podobná, ale zahrnuje komplexní frekvence.

Motivace

Použití Laplaceovy transformace:

Laplaceova transformace je užitečná při analýze lineárních systémů a řešení diferenciálních rovnic.

Proč?

Místo práce s diferenciálními rovnicemi přímo v časovém prostoru, převádí Laplaceova transformace tyto rovnice na algebraické rovnice v komplexním prostoru, což je snazší na analýzu.

Formální definice

Definice Laplaceovy transformace:

Laplaceova transformace funkce $f(t)$ je definována jako:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)\, dt,$$

kde p je komplexní proměnná zahrnující reálnou i imaginární část.

Co to znamená?

Laplaceova transformace umožňuje analyzovat, jak systém reaguje na různé vstupy. Může být použita například pro analýzu elektrických obvodů nebo dynamických systémů.

Praktické použití

Využití v praxi:

Laplaceova transformace pomáhá převádět složité diferenciální rovnice na algebraické rovnice, které se snadněji řeší.

Aplikace:

Používá se při analýze stability, řízení, elektronice a dalších oborech inženýrství.

Přínos:

Laplaceova transformace zjednodušuje analýzu dynamických systémů, jako jsou elektronické obvody, a pomáhá zjistit klíčové charakteristiky jako kmitočty a stabilitu.

Typické funkce a jejich Laplaceovy transformace

Tabulka funkcí a jejich obrazů:

Funkce	Laplaceova transformace
$f(t) = 1$	$F(p) = \frac{1}{p}$
$f(t) = e^{at}$	$F(p) = \frac{1}{p-a}$
$f(t) = t^n$	$F(p) = \frac{n!}{p^{n+1}}$
$f(t) = \sin(\omega t)$	$F(p) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$f(t) = \cos(\omega t)$	$F(p) = \frac{p}{p^2+\omega^2}$
$f(t) = e^{at}\sin(\omega t)$	$F(p) = \frac{\omega}{(p-a)^2+\omega^2}$
$f(t) = e^{at}\cos(\omega t)$	$F(p) = \frac{p-a}{(p-a)^2+\omega^2}$

Laplaceova transformace derivací

Tabulka pro derivace funkcí:

Funkce	**Laplaceova transformace**
$f(t)$	$F(p)$
$\frac{d}{dt}f(t)$	$pF(p) - f(0)$
$\frac{d^2}{dt^2}f(t)$	$p^2F(p) - pf(0) - f'(0)$
$\frac{d^n}{dt^n}f(t)$	$p^nF(p) - p^{n-1}f(0) - p^{n-2}f'(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0)$

Diferenciální rovnice pro popis systému

Obecná forma diferenciální rovnice:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) =$$
$$= b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 u^{(1)}(t) + b_0 u(t),$$

kde:

- $y(t)$ je výstup systému,
- $u(t)$ je vstup systému,
- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ jsou koeficienty systému pro výstup a
- $b_m, b_{m-1}, \dots, b_0$ jsou koeficienty systému pro vstup.

Diferenciální rovnice pro popis systému

Laplaceova transformace:

Po aplikaci Laplaceovy transformace získáme rovnici v p-prostorovém tvaru za předpokladu nulových počátečních podmínek:

$$a_n p^n Y(p) + a_{n-1} p^{n-1} Y(p) + \cdots + a_1 p Y(p) + a_0 Y(p) =$$
$$= b_m p^m U(p) + b_{m-1} p^{m-1} U(p) + \cdots + b_1 p U(p) + b_0 U(p),$$

kde:

- $Y(p)$ je Laplaceova transformace $y(t)$ a
- $U(p)$ je Laplaceova transformace $u(t)$.

Odvození přenosu systému

Vztah mezi $Y(p)$ a $U(p)$:

Za předpokladu nulových počátečních podmínek tedy můžeme psát:

$$Y(p)\left(a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0\right) =$$

$$= \mathrm{U(p)}\left(b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0\right).$$

Přenos systému $F(p)$:

Přenos $F(p)$ definujeme jako poměr výstupu $Y(p)$ k vstupu $U(p)$:

$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0}.$$

Odvození přenosu systému (sumační tvar)

Vztah mezi $Y(p)$ a $U(p)$:

Za předpokladu n.p.p. (nulové počáteční podmínky) máme:

$$Y(p)\left(\sum_{k=0}^{n} a_k p^k\right) = U(p)\left(\sum_{j=0}^{m} b_j p^j\right).$$

Přenos systému $F(p)$:

Přenos $F(p)$ definujeme jako poměr výstupu $Y(p)$ k vstupu $U(p)$:

$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j p^j}{\sum_{k=0}^{n} a_k p^k}.$$

Význam přenosu systému

Přenos systému

- Přenos $F(p)$ je poměr polynomů ve frekvenční doméně.
- Členy $b_j p^j$ odpovídají dynamice vstupu $U(p)$, zatímco $a_k p^k$ popisují dynamiku výstupu $Y(p)$.
- Tento zápis zdůrazňuje jednotlivé příspěvky členů polynomů.

Význam přenosu:

- $F(p)$ popisuje chování lineárního systému v p-doméně.
- Čitatel představuje chování vstupu $U(p)$, zatímco jmenovatel určuje dynamiku výstupu $Y(p)$.
- Přenos systému lze použít k analýze stability a frekvenční odezvy systému.

Přenos systému a stabilita

Přenos systému ve zkráceném tvaru:

Přenos systému $F(p)$ lze zapsat jako:

$$F(p) = \frac{Q(p)}{P(p)},$$

kde:

- $Q(p) = \sum_{j=0}^{m} b_j p^j$ je polynom vstupní dynamiky (čitatel),
- $P(p) = \sum_{k=0}^{n} a_k p^k$ je polynom výstupní dynamiky (jmenovatel).

Přenos systému a stabilita

Stabilita systému:

Stabilitu systému určuje charakteristická rovnice:

$$P(p) = 0.$$

- Kořeny polynomu $P(p)$ (tzv. póly systému) odpovídají vlastním hodnotám systému.
- Systém je **stabilní**, pokud všechny póly p_k leží v **levé polorovině** komplexní roviny ($\mathrm{Re}(p_k) < 0$).
- Pokud některý pól leží v pravé polorovině ($\mathrm{Re}(p_k) > 0$) nebo na imaginární ose ($\mathrm{Re}(p_k) = 0$, mimo čistě reálné nulové póly), systém je **nestabilní**.

Přenos systému a stabilita

Význam stability:

Stabilita určuje, zda systém reaguje na vstupní podněty vyváženě:

- Stabilní systém má odpověd', která se neustále nezesiluje ani nekmitá neomezeně.
- Nestabilní systém může vést k nekontrolovaným výstupům nebo oscilacím.