

Historie kybernetiky a umělé inteligence

09. Systém – definice, popis, identifikace

Miloš Železný

Katedra kybernetiky
Fakulta aplikovaných věd
Západočeská univerzita v Plzni

3. listopadu 2025



Definice systému

Definice:

Systém je **množina prvků**, mezi nimiž existují funkční vztahy, a který jako celek má určitý vztah ke svému okolí.

Přístupy k systému:

- ▶ **Strukturální pohled:** Jak je systém složen (prvky, vazby).
- ▶ **Dynamický pohled:** Jak se systém chová v čase (vstupy a výstupy).

Příklad systému

Příklad systému:

- ▶ Automobil může být chápán jako **systém**, jeho prvky jsou součásti – motor, převodovka, brzdy atd.
- ▶ Automobil může být ale chápán i jako *prvek* v systému logistické firmy, která zajišťuje přepravu zboží mezi různými místy.

Prvky systému

Vnitřní prvek:

Část systému, která plní konkrétní funkci (např. motor v automobilu).

Hraniční prvek:

Prvek na rozhraní mezi systémem a okolím, který zprostředkovává vazby mezi nimi (např. chladič interagující s okolním vzduchem).

Vazby v systému

Vnitřní vazby:

Spojují prvky uvnitř systému.

- ▶ Např. elektrické propojení v obvodu.
- ▶ Např. mechanická spojení ve stroji.

Vnější vazby:

Spojují systém s jeho okolím.

- ▶ Např. proudění vzduchu do motoru auta.
- ▶ Např. datová komunikace mezi počítači.

Struktura systému

Hierarchie:

Systém lze rozložit na pod-systémy, které mají další prvky.

- ▶ Např. auto → motor → válce → písty.

Topologie:

Uspořádání a propojení prvků v systému.

- ▶ Např. sériové vs. paralelní zapojení.

Okolí systému

Definice:

Okolí systému je vše mimo jeho hranice, co může ovlivnit jeho chování.

Interakce:

System komunikuje s okolím pomocí:

- ▶ **Vstupů:** Energie, informace, materiály.
- ▶ **Výstupů:** Výsledky zpracování (např. výrobky, teplo, signály).

Chování systému

Typy chování:

- ▶ **Dynamické chování:** Odezva systému na různé vstupy (např. různé zatížení motoru).
- ▶ **Stacionární chování:** Dlouhodobý stav, kdy systém dosáhne rovnováhy.

Popis chování:

- ▶ Matematický model (diferenciální rovnice, stavové rovnice).
- ▶ Simulace (např. teplotní analýza motoru).

Klasifikace systémů - přehled

Systémy lze klasifikovat podle různých hledisek:

- ▶ **Fyzikální / Abstraktní**
- ▶ **Orientovaný / Neorientovaný**
- ▶ **Kauzální / Nekauzální**
- ▶ **Deterministický / Stochastický**
- ▶ **Lineární / Nelineární**
- ▶ **Spojité / Diskrétní**

Následují podrobnosti ke každému typu.

Fyzikální vs. Abstraktní systém

Fyzikální systém:

Systém, který má fyzickou podstatu a existuje ve skutečném světě.

- ▶ Např. elektrický obvod, tepelný systém.

Abstraktní systém:

Systém, který je pouze myšlenkovým modelem nebo konceptem.

- ▶ Např. ekonomický model, algoritmus.

Orientovaný vs. Neorientovaný systém

Orientovaný systém:

Má směrové vazby, kde směr interakce hraje roli. Proměnné orientovaného systému jsou rozděleny na vstupní a výstupní.

- ▶ Např. tok elektrického proudu, signály v obvodech.

Neorientovaný systém:

Vazby mezi prvky jsou symetrické, směr není důležitý.

- ▶ Např. sociální sítě, některé mechanické systémy.

Kauzální vs. Nekauzální systém

Kauzální systém:

Výstup systému závisí pouze na minulých a aktuálních vstupech.

- ▶ Např. většina fyzikálních systémů.

Nekauzální systém:

Výstup může záviset i na budoucích vstupech. Díky tomu je fyzikálně nerealizovatelný.

- ▶ Pozn. budoucí vstupy je možné odhadovat, tedy nahradit predikcí budoucích hodnot.

Deterministický vs. Stochastický systém

Deterministický systém:

Pro daný vstup je výstup jednoznačně určen.

- ▶ Např. jednoduché matematické modely.

Stochastický systém:

Výstup obsahuje náhodnou složku, závisí na pravděpodobnosti.

- ▶ Např. šum v komunikačních systémech.

Lineární vs. Nelineární systém

Lineární systém:

Splňuje princip superpozice: odpověď na více vstupů je součtem odpovědí na jednotlivé vstupy.

- ▶ Např. RC obvod, ohmický rezistor.

Nelineární systém:

Neplatí princip superpozice, odpověď je složitější.

- ▶ Např. dioda, turbulentní proudění.

Spojité vs. Diskrétní systém

Spojité systém:

Proměnné mohou nabývat libovolných hodnot v čase.

- ▶ Např. mechanický systém, teplotní regulace.

Diskrétní systém:

Proměnné jsou definovány pouze v diskrétních časových okamžicích.

- ▶ Např. digitální zpracování signálu.

Popis systému

Vnitřní popis:

Vstup $u(t)$ – stav $x(t)$ – výstup $y(t)$

Zaměřuje se na popis vztahů mezi vnitřními prvky systému.

- ▶ Např. stavové rovnice (matematický popis stavů systému).
- ▶ Používá se hlavně v návrhu a analýze systému.

Vnější popis:

Vstup $u(t)$ – výstup $y(t)$

Zaměřuje se na vztahy mezi vstupy a výstupy systému.

- ▶ Např. přenos, přechodová charakteristika, frekvenční přenos.
- ▶ Používá se hlavně v modelování a řízení systému.

1. Diferenciální rovnice

Definice:

Popisuje vztah mezi vstupní a výstupní funkcí systému pomocí derivací.

Příklad:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_0 u(t)$$

- ▶ Jedna z nejzákladnějších forem popisu.
- ▶ Vhodné pro analýzu dynamiky.

2. Přenos

Definice:

Přenos $F(p)$ je podíl Laplaceových obrazů výstupu $Y(p)$ a vstupu $U(p)$ při nulových počátečních podmínkách:

$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}.$$

- ▶ Přenos poskytuje kompaktní popis dynamiky systému.
- ▶ Umožňuje snadnou analýzu stability a frekvenčních vlastností.

3. Přejchodová funkce a charakteristika

Definice:

Přejchodová funkce $h(t)$ je odezva systému na jednotkový skokový vstup.

Přejchodová charakteristika:

Grafické zobrazení přejchodové funkce.

- ▶ Vhodné pro analýzu dynamického chování v časové oblasti.
- ▶ Získává se experimentálně nebo výpočtem z přenosu.

4. Impulzní funkce

Definice:

Impulzní funkce $g(t)$ je odezva systému na jednotkový impulsový vstup $\delta(t)$.

- ▶ Poskytuje úplný časový popis systému.
- ▶ Její Laplaceova transformace je přenos $F(p)$:

$$F(p) = \mathcal{L}\{g(t)\}.$$

5. Frekvenční přenos

Definice:

Frekvenční přenos $F(j\omega)$ je hodnota přenosu při $p = j\omega$ (čistě imaginární osa).

- ▶ Popisuje frekvenční vlastnosti systému.
- ▶ Umožňuje analýzu odezvy systému na sinusové vstupy.

6. Frekvenční charakteristika

Definice:

Grafické znázornění frekvenčního přenosu $F(j\omega)$ v závislosti na frekvenci ω .

- ▶ Typicky zahrnuje:
 - ▶ Amplitudovou charakteristiku (zisk v závislosti na ω).
 - ▶ Fázovou charakteristiku (zpoždění fáze v závislosti na ω).
- ▶ Používá se k návrhu a analýze filtrů a regulačních obvodů.

7. Rozložení pólů a nul

Definice:

Póly a nuly přenosu $F(p)$ jsou kořeny jeho čitatele a jmenovatele:

$$F(p) = \frac{Q(p)}{P(p)},$$

kde:

- ▶ Póly: kořeny $P(p) = 0$,
 - ▶ Nuly: kořeny $Q(p) = 0$.
-
- ▶ Rozložení pólů a nul určuje stabilitu a dynamické chování systému.
 - ▶ Stabilní systém má póly v levé polorovině.

Úvod do transformací

Co je transformace?

Transformace jsou matematické techniky, které mění jednu reprezentaci problému na jinou, která může být jednodušší na řešení.

Příklad:

Fourierova transformace převádí funkce z časového prostoru do prostoru frekvencí. Laplaceova transformace je podobná, ale zahrnuje komplexní frekvence.

Motivace

Použití Laplaceovy transformace:

Laplaceova transformace je užitečná při analýze lineárních systémů a řešení diferenciálních rovnic.

Proč?

Místo práce s diferenciálními rovnicemi přímo v časovém prostoru, převádí Laplaceova transformace tyto rovnice na algebraické rovnice v komplexním prostoru, což je snazší na analýzu.

Formální definice

Definice Laplaceovy transformace:

Laplaceova transformace funkce $f(t)$ je definována jako:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

kde p je komplexní proměnná zahrnující reálnou i imaginární část.

Co to znamená?

Laplaceova transformace umožňuje pomoci analyzovat, jak systém reaguje na různé vstupy. Často se používá například při analýze elektrických obvodů nebo dynamických systémů.

Praktické použití

Využití v praxi:

Laplaceova transformace pomáhá převádět složité diferenciální rovnice na algebraické rovnice, které se snadněji řeší.

Aplikace:

Používá se při analýze stability, řízení, elektronice a dalších oborech inženýrství.

Přínos:

Laplaceova transformace zjednodušuje analýzu dynamických systémů, jako jsou elektronické obvody, a pomáhá zjistit klíčové charakteristiky jako kmitočty a stabilitu.

Typické funkce a jejich Laplaceovy transformace

Tabulka funkcí a jejich obrazů:

Funkce	Laplaceova transformace
$f(t) = 1$	$F(p) = \frac{1}{p}$
$f(t) = e^{at}$	$F(p) = \frac{1}{p-a}$
$f(t) = t^n$	$F(p) = \frac{n!}{p^{n+1}}$
$f(t) = \sin(\omega t)$	$F(p) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$f(t) = \cos(\omega t)$	$F(p) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$f(t) = e^{at} \sin(\omega t)$	$F(p) = \frac{\omega}{(p-a)^2 + \omega^2}$
$f(t) = e^{at} \cos(\omega t)$	$F(p) = \frac{p-a}{(p-a)^2 + \omega^2}$

Laplaceova transformace derivací

Tabulka pro derivace funkcí:

Funkce	Laplaceova transformace
$f(t)$	$F(p)$
$\frac{d}{dt}f(t)$	$pF(p) - f(0)$
$\frac{d^2}{dt^2}f(t)$	$p^2F(p) - pf(0) - f'(0)$
$\frac{d^n}{dt^n}f(t)$	$p^nF(p) - p^{n-1}f(0) - p^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$

Diferenciální rovnice pro popis systému

Obecná forma diferenciální rovnice:

$$\begin{aligned} a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) = \\ = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 u^{(1)}(t) + b_0 u(t), \end{aligned}$$

kde:

- ▶ $y(t)$ je výstup systému,
- ▶ $u(t)$ je vstup systému,
- ▶ a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 jsou koeficienty systému pro výstup a
- ▶ b_m, b_{m-1}, \dots, b_0 jsou koeficienty systému pro vstup.

Diferenciální rovnice pro popis systému

Laplaceova transformace:

Po aplikaci Laplaceovy transformace získáme rovnici v p -prostorovém tvaru za předpokladu nulových počátečních podmínek:

$$\begin{aligned} a_n p^n Y(p) + a_{n-1} p^{n-1} Y(p) + \dots + a_1 p Y(p) + a_0 Y(p) = \\ = b_m p^m U(p) + b_{m-1} p^{m-1} U(p) + \dots + b_1 p U(p) + b_0 U(p), \end{aligned}$$

kde:

- ▶ $Y(p)$ je Laplaceova transformace $y(t)$ a
- ▶ $U(p)$ je Laplaceova transformace $u(t)$.

Odvození přenosu systému

Vztah mezi $Y(p)$ a $U(p)$:

Za předpokladu nulových počátečních podmínek tedy můžeme psát:

$$\begin{aligned} Y(p) (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) = \\ = U(p) (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0). \end{aligned}$$

Přenos systému $F(p)$:

Přenos $F(p)$ definujeme jako poměr výstupu $Y(p)$ k vstupu $U(p)$:

$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}.$$

Odvození přenosu systému (sumační tvar)

Vztah mezi $Y(p)$ a $U(p)$:

Za předpokladu n.p.p. (nulové počáteční podmínky) máme:

$$Y(p) \left(\sum_{k=0}^n a_k p^k \right) = U(p) \left(\sum_{j=0}^m b_j p^j \right).$$

Přenos systému $F(p)$:

Přenos $F(p)$ definujeme jako poměr výstupu $Y(p)$ k vstupu $U(p)$:

$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j p^j}{\sum_{k=0}^n a_k p^k}.$$

Význam přenosu systému

Přenos systému

- ▶ Přenos $F(p)$ je poměr polynomů ve frekvenční doméně.
- ▶ Členy $b_j p^j$ odpovídají dynamice vstupu $U(p)$, zatímco $a_k p^k$ popisují dynamiku výstupu $Y(p)$.
- ▶ Tento zápis zdůrazňuje jednotlivé příspěvky členů polynomů.

Význam přenosu:

- ▶ $F(p)$ popisuje chování lineárního systému v p -doméně.
- ▶ Čítec představuje chování vstupu $U(p)$, zatímco jmenovatel určuje dynamiku výstupu $Y(p)$.
- ▶ Přenos systému lze použít k analýze stability a frekvenční odezvy systému.

Přenos systému a stabilita

Přenos systému ve zkráceném tvaru:

Přenos systému $F(p)$ lze zapsat jako:

$$F(p) = \frac{Q(p)}{P(p)},$$

kde:

- ▶ $Q(p) = \sum_{j=0}^m b_j p^j$ je polynom vstupní dynamiky (čitatel),
- ▶ $P(p) = \sum_{k=0}^n a_k p^k$ je polynom výstupní dynamiky (jmenovatel).

Přenos systému a stabilita

Stabilita systému:

Stabilitu systému určuje charakteristická rovnice:

$$P(p) = 0.$$

- ▶ Kořeny polynomu $P(p)$ (tzv. póly systému) odpovídají vlastním hodnotám systému.
- ▶ Systém je ****stabilní****, pokud všechny póly p_k leží v ****levé polorovině**** komplexní roviny ($\text{Re}(p_k) < 0$).
- ▶ Pokud některý pól leží v pravé polorovině ($\text{Re}(p_k) > 0$) nebo na imaginární ose ($\text{Re}(p_k) = 0$, mimo čistě reálné nulové póly), systém je ****nestabilní****.

Přenos systému a stabilita

Význam stability:

Stabilita určuje, zda systém reaguje na vstupní podněty vyváženě:

- ▶ Stabilní systém má odpověď, která se neustále nezesiluje ani nekmitá neomezeně.
- ▶ Nestabilní systém může vést k nekontrolovaným výstupům nebo oscilacím.